

SIFAT-SIFAT GRAF PERMUTASI

SKRIPSI



**OLEH
AGNES AYU INDIRA PESULIMA
NIM 20160511014019**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS CENDERAWASIH
JAYAPURA
2020**

SIFAT-SIFAT GRAF PERMUTASI

SKRIPSI

**Diajukan Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Memperoleh
Gelar Sarjana Sains Program Studi Matematika**



**OLEH
AGNES AYU INDIRA PESULIMA
NIM 20160511014019**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS CENDERAWASIH
JAYAPURA
2020**

ABSTRAK

Pesulima, Agnes Ayu Indira. 2020. **Sifat-Sifat Graf Permutasi**. Skripsi Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Cenderawasih Jayapura.

Penelitian ini merupakan penjelasan kembali tentang graf permutasi serta sifat-sifatnya. Diberikan permutasi $\pi = \pi(1)\pi(2) \dots \pi(n) \in S_n$, graf permutasi $G_\pi = (V, E)$ adalah graf dengan himpunan simpul $V = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ dan himpunan sisi $E = \{(i, j) : i < j, \pi^{-1}(i) > \pi^{-1}(j)\}$. Penelitian ini dilakukan dengan metode kajian pustaka, yaitu dengan mempelajari referensi yang terkait dengan topik yang dikaji. Pada skripsi ini dijabarkan syarat-syarat yang harus dipenuhi agar suatu graf berlabel merupakan graf permutasi, serta permutasi yang sesuai dengan graf yang diberikan dan sifat-sifat dari graf permutasi. Dari hasil analisis, graf permutasi selalu diawali dengan graf kosong dan diakhiri dengan graf lengkap kecuali untuk graf permutasi dengan $n = 1$ yang mana hanya terbentuk satu graf yang merupakan graf kosong. Selanjutnya untuk $2 \leq n \leq 5$, graf yang terbentuk selalu berjumlah genap dan untuk setiap graf terdapat pasangan graf yang merupakan komplemen satu sama lain. Untuk $3 \leq n \leq 5$, terdapat graf-graf yang saling isomorfik.

Kata Kunci: Graf, Graf Permutasi, Komplemen, Isomorfik.

ABSTRACT

Pesulima, Agnes Ayu Indira. 2020. **Properties of Permutation Graph**. Thesis of Mathematics department Faculty of Mathematics and Natural Sciences Cenderawasih University of Jayapura.

This study is a re-explanation of the permutation graph and its properties. Given the permutation $\pi = \pi(1)\pi(2) \dots \pi(n) \in S_n$, the permutation graph $G_\pi = (V, E)$ is a graph with the set of vertices $V = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ and the set of sides $E = \{(i, j) : i < j, \pi^{-1}(i) > \pi^{-1}(j)\}$. This study was conducted using the library study method, by studying references related to the topics. This study describes the conditions that must be fulfilled so that a labeled graph is a permutation graph, as well as permutations that are associated with a given graph and the properties of a permutation graph. From the analysis, a permutation graph always starts with an empty graph and ends with a complete graph, except for permutation graphs with $n = 1$ where only one graph is formed which is an empty graph. Furthermore, for $2 \leq n \leq 5$, the graph that is formed always has an even number and for each graph there are pairs of graphs that complement each other. For $3 \leq n \leq 5$, there are graphs that are isomorphic to each other.

Keywords: Graph, Permutation Graph, Complement, Isomorphic.

LEMBAR PERSETUJUAN

Skripsi dengan judul : **Sifat-Sifat Graf Permutasi** oleh Agnes Ayu Indira Pesulima
telah diperiksa dan disetujui untuk diuji.

Dewan Juri:

Nama

1. Alvin M. Sreyer, S.Si., M.Sc.
NIP 19810829 200501 1 001

2. Tina Supriwati, S.Si., M.Sc.
NIP 19750225 200912 2 001

3. Felix Reha, S.Si., M.Sc.
NIP 19850618 201903 1 000

4. Westy B. Kawuwung, S.Si., M.Sc.
NIP 19681111 199703 2 001

Jayapura, 12 November 2020

5. Tiku Tandianga, S.Si., M.Sc.
NIP 19810415 200604 2 003

Mengunduh:

Ketua Jurusan Matematika

Ketua Prodi Statistika

Rangga

Dr. H. M. Hembaga, S.Si., M.Sc.
NIP 19720422 199601 2 001

Dr. Tiku Tandianga, S.Si., M.Sc.
NIP 19810415 200604 2 003

Pembimbing I

Pembimbing II



Westy B. Kawuwung, S.Si., M.Sc.
NIP 19681111 199703 2 001

Tiku Tandianga, S.Si., M.Sc.
NIP 19810415 200604 2 003

LEMBAR PENGESAHAN

Skripsi dengan judul : **Sifat-Sifat Graf Permutasi** oleh Agnes Ayu Indira
Pesulima telah dipertahankan di depan Dewan Penguji pada hari

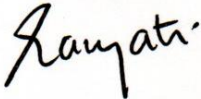
Dewan Penguji:

Nama	Jabatan	Tanda Tangan
1. Alvian M. Sroyer, S.Si., M.Si. NIP 19810829 200501 1 001	Ketua	(.....)
2. Titik Suparwati, S.Si., M.Si. NIP 19750226 200112 2 001	Sekretaris	(.....)
3. Felix Reba, S.Si., M.Sc. NIP 19850618 201903 1 009	Anggota	(.....)
4. Westy B. Kawauwung. S.Si., M.Sc. NIP 19681111 199703 2 001	Anggota	(.....)
5. Tiku Tandianga, S.Si., M.Sc. NIP 19810415 200604 2 003	Anggota	(.....)

Mengetahui:

Ketua Jurusan Matematika

Ketua Program Studi


Dr. Ida M. Hutabarat, S.Si., M.Si.
NIP 19720422 199601 2 001


Titik Suparwati, S.Si., M.Si.
NIP 19750226 200112 2 001

Mengesahkan :

Dekan Fakultas EMIPA


Dr. Dirk Y. P. Runtuboi, S.Pd., M.Kes.
NIP 19760123 200112 1 003

PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI

Skripsi S1 MIPA Uncen yang tidak dipublikasikan, terdaftar dan tersedia di perpustakaan Universitas Cenderawasih dan terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta ada pada penulis.

Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau peringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis, dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Memperbanyak atau menerbitkan sebagian atau seluruh skripsi haruslah seizin Rektor Universitas Cenderawasih.

Perpustakaan yang meminjam skripsi ini untuk keperluan anggotanya harus mengisi nama dan tanda tangan peminjam dan tanggal pinjam.

UCAPAN TERIMA KASIH

Puji syukur penulis panjatkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa yang telah memberikan berkat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan studi di Program Studi Matematika Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas sekaligus menyelesaikan tugas akhir dalam bentuk skripsi dengan judul “Sifat-Sifat Graf Permutasi” ini dengan baik.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini dapat terselesaikan atas doa dan bantuan baik moril dan material dari berbagai pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada :

1. Dr. Ir. Apolo Safanpo, ST., MT., selaku Rektor Universitas Cenderawasih yang telah memberikan kesempatan kepada penulis untuk menjalani studi di Universitas Cenderawasih serta menyediakan sarana dan prasarana selama pendidikan.
2. Dr. Dirk Y. P. Runtuboi, S.Pd., M.Kes., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Cenderawasih, atas kesempatan yang diberikan untuk menjalani studi di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.
3. Dr. Ida M. Hutabarat, S.Si., M.Si., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Cenderawasih, atas kesempatan yang diberikan untuk menjalani studi di Jurusan Matematika.
4. Titik Suparwati, S.Si., M.Si., selaku Ketua Program Studi Matematika sekaligus sebagai dosen penguji II, atas segala waktu, kesabaran, dan nasihatnya dalam mengarahkan penulis sehingga penulisan skripsi ini dapat terselesaikan.
5. Westy B. Kawuwung, S.Si., M.Sc., selaku dosen pembimbing I yang tidak pernah menyerah meluangkan waktu untuk memberikan bimbingan, nasehat, tenaga, dan doa sehingga penulisan menyelesaikan skripsi ini dengan baik.

6. Tiku Tandiangnga, S.Si., M.Sc., selaku dosen wali sekaligus sebagai dosen pembimbing II yang telah membimbing dan memberikan nasehat serta saran dari awal perkuliahan hingga akhirnya penulis dapat menyelesaikan studi dengan baik.
7. Alvian M. Sroyer, S.Si., M.Si., selaku dosen penguji I, atas segala waktu, kesabaran, dan nasihatnya dalam mengarahkan penulis sehingga penulisan skripsi ini dapat terselesaikan.
8. Felix Reba, S.Si., M.Sc., selaku dosen penguji III, atas segala waktu, kesabaran, dan nasihatnya dalam mengarahkan penulis sehingga penulisan skripsi ini dapat terselesaikan.
9. Segenap Dosen dan Staf FMIPA Uncen, khususnya Dosen Jurusan Matematika.
10. Kedua orang tua, kakak-kakak, adik dan keponakan penulis yang tercinta yang selalu memberikan doa dan dukungan sehingga penulis dapat menyelesaikan studi dengan baik.
11. Orang-orang terdekat penulis : Mega, Chindy, Alfonsina, Venta, Ruth, Annisa, Josua, Brian, Mas Anum, Mbak Rumi, Mas Darwin, Kakak Alan, Kakak Orlina, Ayu Rizky, Rimba, Leon, Brigita, Angkatan 21 Bhoover (OXXIGEN), seluruh mahasiswa jurusan matematika angkatan 2016 yang selalu memberikan semangat, dukungan dan doa kepada penulis.
12. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu persatu yang telah memberikan bantuan baik secara moril maupun materi kepada penulis.

Semoga limpahan rahmat dan kasih sayang Tuhan Yang Maha Esa senantiasa menyertai Bapak, Ibu dan Saudara/i sekalian.

Jayapura, 12 November 2020

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI	ii
UCAPAN TERIMA KASIH	iii
DAFTAR ISI	v
DAFTAR GAMBAR	vii
DAFTAR TABEL	viii
DAFTAR SINGKATAN DAN LAMBANG	ix
DAFTAR LAMPIRAN	xii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Batasan Masalah	2
1.4 Tujuan Penelitian	2
1.5 Manfaat Penelitian	3
1.6 Metode Penelitian	3
1.7 Sistematika Penulisan	3
BAB II LANDASAN TEORI	4
2.1 Himpunan	4
2.2 Relasi	5
2.3 Fungsi	5
2.4 Permutasi	7
2.5 Graf	8
BAB III SIFAT-SIFAT GRAF PERMUTASI	16
3.1 Graf Permutasi	16
3.2 Penentuan Graf Permutasi	19
3.3 Sifat-Sifat Graf Permutasi	23

BAB IV KESIMPULAN DAN SARAN	30
4.1 Kesimpulan	30
4.2 Saran.....	30
DAFTAR PUSTAKA	31
LAMPIRAN.....	33

Gambar 2.2. Fungsi komposisi	33
Gambar 2.3. Fungsi invers	33
Gambar 2.4. Graf G	33
Gambar 2.5. Dua buah graf: (G_1) graf grade dan (G_2) graf	33
Gambar 2.6. Graf tak terarah	33
Gambar 2.7. Graf kosmos	33

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 1.1. Masalah Jembatan Königsberg	1
Gambar 2.1. Fungsi f	5
Gambar 2.2. Fungsi komposisi	6
Gambar 2.3. Fungsi invers	7
Gambar 2.4. Graf G	9
Gambar 2.5. Dua buah graf : (G_1) graf ganda dan (G_2) graf semu	11
Gambar 2.6. Graf tak-berarah	12
Gambar 2.7. Graf kosong	12
Gambar 2.8. Graf lengkap	13
Gambar 2.9. (a) Graf G_1 , (b) Upagraf dari graf G_1 , dan (c) komplemen dari upagraf yang bersesuaian	13
Gambar 2.10. G_1 isomorfik dengan G_2 , tetapi G_1 tidak isomorfik dengan G_3	14
Gambar 2.11. (1) Pelabelan simpul, (2) Pelabelan sisi dan (3) Pelabelan total	15
Gambar 3.1. Graf permutasi dengan $n = 1$	23
Gambar 3.2. Graf permutasi dengan $n = 2$	24
Gambar 3.3. Graf yang berkomplemen dalam $n = 2$	24
Gambar 3.4. Graf permutasi dengan $n = 3$	24
Gambar 3.5. Graf-graf yang berkomplemen dalam $n = 3$	25
Gambar 3.6. Graf-graf yang isomorfik dalam $n = 3$	26

DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 3.1. Graf berkomplemen dan graf isomorfik dalam $n = 4$	26
Tabel 3.2. Graf berkomplemen dan graf isomorfik dalam $n = 5$	27

DAFTAR SINGKATAN DAN LAMBANG

	Nama	Pemakaian pertama kali pada halaman
G	Graf	1
V	Himpunan simpul	1
E	Himpunan sisi	1
A, B, C	Himpunan	4
a, b, c	Anggota, elemen, unsur	4
$\in$	Anggota himpunan	4
$\notin$	Bukan anggota himpunan	4
$n(A), A $	Kardinalitas	4
f	Fungsi	5
x, y	Anggota himpunan	5
$f(x), f(y)$	Nilai fungsi f	5
$f : A \rightarrow B$	Fungsi dari A ke B	5
$\neq$	Tidak sama dengan	5
$f \circ g$	Fungsi komposisi	6
$(f \circ g)(a)$	Nilai fungsi komposisi	6
$f(a), g(a)$	Nilai fungsi f, g	6
f^{-1}	Fungsi invers	7
$\varphi : A \rightarrow A$	Pemetaan A ke A oleh φ	7
π	Permutasi	7
$\pi_1 \circ \pi_2$	Komposisi dua permutasi	7
π_1^{-1}	Invers permutasi	7
$n!$	Faktorial	7

(u, v)	Sisi-sisi graf	8
$e_1, e_2, \dots, e_n$	Sisi-sisi graf	8
$v_0, v_1, \dots, v_n$	Simpul-simpul graf	8
$d(v)$	Derajat suatu simpul.....	10
N_n	Graf kosong.....	12
K_n	Graf lengkap	12
$\subseteq$	Himpunan bagian.....	13
$\cong$	Isomorfik	13
φ	Fungsi	13
$\varphi(u), \varphi(v)$	Nilai Fungsi φ	13
S_n	Himpunan permutasi	16
$\pi(i)$	Nilai fungsi π	16
(i, j)	Sisi graf permutasi	16
G_π	Graf permutasi	16
$<$	Kurang dari	16
$>$	Lebih dari	16
$K_{m,m}$	Graf bipartisi lengkap.....	17
σ	Himpunan kosong	17
$inv(i)$	Inversi i	18
$\leq$	Kurang dari atau sama dengan	18
$ E $	Jumlah sisi	18
$\sum_{i=1}^n$	Jumlah.....	18
$I(\pi)$	Tabel inversi π	18
$[n]$	Himpunan simpul V	19
U_{11}, U_{12}, U_{a1}	Himpunan sisi	20
U_{a2}, U_{b1}, U_{b2}	Himpunan sisi	20

$i_1, i_2, \dots, i_n$	Permutasi π	21
$\emptyset$	Himpunan kosong	21

DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran 1. Graf permutasi dengan $n = 4$	32
Lampiran 2 Graf permutasi dengan $n = 5$	33