BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Gambaran Umum PAD Papua

Peraturan Menteri Dalam Negeri No. 13 Tahun 2006, Pendapatan daerah dikelompokkan sebagai berikut :

- Pendapatan Asli Daerah (PAD), yaitu pajak daerah, retribusi daerah, pengelolaan kekayaan daerah yang dipisahkan, dan lain-lain pendapatan daerah yang sah.
- Dana Perimbangan, yaitu bagi hasil pajak, bagi hasil bukan pajak, Dana Alokasi Umum (DAU) dan Dana Alokasi Khusus (DAK).
- Lain-lain Pendapatan Daerah yang Sah, terdiri dari hibah, dana darurat, dana bagi hasil pajak dari provinsi dan daerah lain, dana penyesuaian dan otonomi khusus, bantuan keuangan dari provinsi atau pemerintah daerah lainnya.

Secara umum, realisasi pendapatan daerah Provinsi Papua mengalami perkembangan yang konsisten dan terus menanjak sepanjang periode ini, dengan pertumbuhan rata-rata per tahun mencapai sebesar 12 persen, dari sebesar Rp.8,39 triliun pada tahun 2013 menjadi sebesar Rp.10,70 triliun pada tahun 2014 dan kembali mengalami peningkatan menjadi sebesar Rp 11,80 triliun pada tahun 2015 dan menjadi sebesar Rp.12,56 triliun pada tahun 2016 dan pada tahun 2017 menjadi sebesar Rp.13,00 triliun (RPJMD Papua,2019).

2.2 Asumsi Klasik

Uji asumsi klasik adalah analisis yang dilakukan untuk menilai apakah di dalam sebuah model regresi linear OLS (*Ordinary Least Square*) terdapat masalah-masalah asumsi klasik. Regresi OLS mengasumsikan terdapatnya hubungan linear antar variabel respon dan variabel penjelas. Tujuan pengujian asumsi klasik ini adalah untuk memberikan kepastian bahwa persamaan regresi yang didapatkan memiliki ketepatan dalam estimasi, tidak bias dan konsisten. Uji asumsi klasik yang digunakan dalam penelitian ini adalah berikut:

2.2.1 Uji Normalitas

Uji normalitas berfungsi untuk menguji apakah dalam sebuah model regresi residual berdistribusi normal atau tidak (Ghozali, 2011). Pengujian normalitas dalam penelitian ini menggunakan uji *Kolmogorov Smirnov*, dengan hipotesisnya adalah sebagai berikut :

Hipotesis statistik

$H_0 : F_n(x) = F_0(x)$ (Residual berdistribusi normal)

$H_1 : F_n(x) \neq F_0(x)$ (Residual tidak berdistribusi normal)

Statistik uji

$$KS = \sup|F_n(x) - F_0(x)| \tag{2.1}$$

dengan :

KS : Nilai uji *Kolmogorov Smirnov*

sup : Suprimum (batas atas terkecil)

F_n : Distribusi frekuensi kumulatif sampel

F_0 : Distribusi frekuensi kumulatif teoritis

Kriteria uji :

Jika $KS > KS_\alpha$ atau jika $P_{value} < \alpha = 0{,}05$ maka H_0 ditolak

Jika $KS \leq KS_\alpha$ atau jika $P_{value} \geq \alpha = 0{,}05$ maka H_0 diterima

2.2.2 Uji Multikolinearitas

Uji multikolinearitas digunakan untuk mengetahui ada atau tidaknya korelasi antar variabel penjelas dalam model regresi (Ghozali, 2011). *Variance Inflation Factor* (VIF) merupakan salah satu statistik yang dapat digunakan untuk mendeteksi gejala multikolinearitas pada analisis regresi yang akan dibentuk. Nilai VIF adalah mengukur keeratan hubungan antar variabel penjelas. Untuk mengatasi masalah multikoliniearitas dapat dilakukan dengan memilih beberapa variabel penjelas yang signifikan terhadap variabel respon menggunakan metode *forward selection*.

Hipotesis statistik

H_0 : Tidak terdapat multikoliniearitas

H_1 : Terdapat multikoliniearitas

Statistik uji

$$VIF_j = \frac{1}{1 - R_j^2} \tag{2.2}$$

dengan :

VIF : Nilai uji *Variance Inflation Factor*

j : Variabel penjelas (j = 1,2,3,…,k)

R_j^2 : Koefisien determinasi variabel penjelas ke- j

Kriteria Uji :

Jika nilai VIF < 10 maka H_0 diterima

Jika nilai VIF $\geq$ 10 maka H_0 ditolak

2.2.3 Uji Heteroskedastisitas

Uji heteroskedastisitas adalah pengujian untuk melihat apakah terdapat ketidaksamaan varians dari residual antar pengematan. Jika varian dari residual satu pengamatan ke pengamatan lain tetap, maka disebut homoskedastisitas dan jika varian dari residual satu pengamatan lain berbeda disebut heteroskedastisitas. Mendeteksi ada atau tidaknya gejala heteroskedastisitas dapat dilakukan dengan melihat melakukan uji Glejser.

Hipotesis statistik

$H_0 : var\ (e_i) = \sigma^2$ (variansi galat/*error* bersifat homoskedastisitas)

$H_1 : var\ (e_i) \neq \sigma^2$ (variansi galat/*error* bersifat heteroskedastisitas)

Statistik uji

$$|\hat{u}_i| = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_1 + \hat{\beta}_2 X_2 + \cdots + \hat{\beta}_p X_p \quad (2.3)$$

dengan

$|\hat{u}_i|$: merupakan nilai absolut dari nilai galat (*error*) pada regresi berganda metode OLS.

Kriteria uji :

1. Jika nilai $P_{value} \geq 0{,}05$ maka H_0 diterima yang berarti variansi galat/*error* bersifat homoskedastisitas.

2. Jika nilai $P_{value} < 0{,}05$ maka H_0 ditolak yang berarti variansi galat/*error* bersifat heteroskedastisitas.

2.3 Model Regresi Linear Berganda

Regresi linear berganda merupakan metode yang memodelkan hubungan antara variabel respon (Y) dan variabel penjelas ($X_1, X_2, \ldots, X_3$). Model regresi global untuk *p* variabel respon ditulis sebagai berikut :

$$Y_i = \beta_0 + \sum_{k=1}^{p} \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i \text{ dengan } i = 1,2, \ldots, n \quad (2.4)$$

dengan :

Y_i : Nilai pengamatan variabel respon pada pengamatan ke-*i*

X_{ik} : Nilai pengamatan variabel penjelas ke-k pada pengamatan ke-*i*, dengan $k = 1,2,\ldots,p$

β_0 : Nilai konstan model regresi

β_k : Koefisien regresi variabel penjelas ke-*k*

n : Banyaknya pengamatan

ε_i : *Error* pada pengamatan ke-i dengan asumsi identik, independen, dan berdistribusi normal (IIDN).

Dalam notasi matriks persamaan (2.4) dapat ditulis menjadi persamaan (2.5) berikut:

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{2.5}$$

dan diperoleh rumus residual

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon} &= \boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X\hat{\beta}} \\ &= \boldsymbol{Y} - \boldsymbol{\hat{Y}} \end{aligned} \tag{2.6}$$

dimana :

$$\boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{y_1} \\ \boldsymbol{y_2} \\ \vdots \\ \boldsymbol{y_n} \end{bmatrix}, \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{1} & \boldsymbol{x_{11}} & \boldsymbol{x_{12}} & \cdots & \boldsymbol{x_{p1}} \\ \boldsymbol{1} & \boldsymbol{x_{12}} & \boldsymbol{x_{22}} & \cdots & \boldsymbol{x_{p2}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{1} & \boldsymbol{x_{1n}} & \boldsymbol{x_{2n}} & \cdots & \boldsymbol{x_{pn}} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta_0} \\ \boldsymbol{\beta_1} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\beta_p} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon_1} \\ \boldsymbol{\varepsilon_2} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\varepsilon_n} \end{bmatrix}$$

$$\hat{Y}_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \cdots + \beta_{k-1} X_{(k-1)i} + \beta_k X_{ki} = \boldsymbol{X\beta} \tag{2.7}$$

atau ditulis

$$\boldsymbol{\hat{Y}} = \boldsymbol{X\hat{\beta}} \tag{2.8}$$

dengan :

$\boldsymbol{Y}$: Matriks variabel respon berukuran $(n\ x\ 1)$

$\boldsymbol{X}$: Matriks variabel penjelas berukuran $(n\ x(p+1)$

$\boldsymbol{\beta}$: Matriks koefisien regresi berukuran $((p+1)x1)$

$\boldsymbol{\varepsilon}$: Matriks dari galat (*error*) yang bersifat acak berukuran $(n\ x\ 1)$ dan yang diasumsikan identik, independen dan berdistribusi normal dengan mean nol dan varians konstan σ^2.

2.3.1 Estimasi Parameter Regresi Linear Berganda

Estimasi parameter ini bertujuan untuk mendapatkan model regresi linear berganda yang akan digunakan dalam analisis. Metode yang digunakan untuk mengestimasi parameter model regresi linear berganda adalah metode kuadrat terkecil atau disebut juga dengan metode *Ordinary Least Square* (OLS). Metode ini bertujuan untuk meminimumkan jumlah kuadrat galat (*error*). Dari persamaan (2.4) dan persamaan (2.5), sebagaimana yang ditulis oleh Kurniawati (2011) dalam skripsinya, diperoleh persamaan untuk kuadrat terkecil berbentuk :

$$S(\beta) = \sum_{i=l}^{n} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=}^{n} \left(Y_i - \beta_0 X_{0i} - \beta_1 X_{1i} - \cdots - \beta_{k-1} X_{(k-1)i} - \beta_k X_{ki}\right)^2 \quad (2.9)$$

Nilai parameter model β diperoleh dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat residual, yaitu dicari turunan dari $S(\beta)$ secara parsial terhadap β diatas adalah sebagai berikut :

$$\frac{\partial S}{\partial \beta_0} = -2 \sum_{i=1}^{n} \left(Y_i - \beta_0 X_{0i} - \beta_1 X_{1i} - \cdots - \beta_{k-1} X_{(k-1)i} - \beta_k X_{ki}\right) \sum_{i=1}^{n} X_{0i} = 0,$$

$$\frac{\partial S}{\partial \beta_1} = -2 \sum_{i=1}^{n} \left(Y_i - \beta_0 X_{0i} - \beta_1 X_{1i} - \cdots - \beta_{k-1} X_{(k-1)i} - \beta_k X_{ki}\right) \sum_{i=1}^{n} X_{1i} = 0,$$

$$\frac{\partial S}{\partial \beta_2} = -2 \sum_{i=1}^{n} \left(Y_i - \beta_0 X_{0i} - \beta_1 X_{1i} - \cdots - \beta_{k-1} X_{(k-1)i} - \beta_k X_{ki}\right) \sum_{i=1}^{n} X_{2i} = 0,$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$\frac{\partial S}{\partial \beta_k} = -2 \sum_{i=1}^{n} \left(Y_i - \beta_0 X_{0i} - \beta_1 X_{1i} - \cdots - \beta_{k-1} X_{(k-1)i} - \beta_k X_{ki}\right) \sum_{i=1}^{n} X_{ki} = 0, \quad (2.10)$$

dengan X_{0i} = 1, untuk $i = 1,2, \dots, n$.

Persamaan (2.9) diatas menghasilkan persamaan normal sebagai berikut :

$$\left(\hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^{n} X_{0i} + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n} X_{1i} + \cdots + \hat{\beta}_{k-1} \sum_{i=1}^{n} X_{(k-1)i} + \hat{\beta}_k \sum_{i=1}^{n} X_{ki}\right) \sum_{i=1}^{n} X_{0i} = \sum_{i=1}^{n} X_{0i} Y_i$$

$$\left(\hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^{n} X_{0i} + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n} X_{1i} + \cdots + \hat{\beta}_{k-1} \sum_{i=1}^{n} X_{(k-1)i} + \hat{\beta}_k \sum_{i=1}^{n} X_{ki}\right) \sum_{i=1}^{n} X_{1i} = \sum_{i=1}^{n} X_{1i} Y_i$$

$$\left(\hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^{n} X_{0i} + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n} X_{1i} + \cdots + \hat{\beta}_{k-1} \sum_{i=1}^{n} X_{(k-1)i} + \hat{\beta}_k \sum_{i=1}^{n} X_{ki}\right) \sum_{i=1}^{n} X_{2i} = \sum_{i=1}^{n} X_{2i} Y_i$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$\left(\hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^{n} X_{0i} + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n} X_{1i} + \cdots + \hat{\beta}_{k-1} \sum_{i=1}^{n} X_{(k-1)i} + \hat{\beta}_k \sum_{i=1}^{n} X_{ki}\right) \sum_{i=1}^{n} X_{ki} = \sum_{i=1}^{n} X_{ki} Y_i \qquad (2.11)$$

Jika disusun dalam bentuk matriks maka persamaan (2.11) menjadi

$$\boldsymbol{X'X}\,\boldsymbol{\hat{\beta}} = \boldsymbol{X'Y}$$

Untuk menyelesaikan persamaan (2.10), kalikan kedua ruas dengan invers dari $(\boldsymbol{X'X})$. Sehingga diperoleh estimator kuadrat terksecil dari $\boldsymbol{\hat{\beta}}$ berbentuk

$$(\boldsymbol{X'X})^{-1}\boldsymbol{X'X}\boldsymbol{\hat{\beta}} = (\boldsymbol{X'X})^{-1}\boldsymbol{X'Y}$$

$$\boldsymbol{\hat{\beta}} = (\boldsymbol{X'X})^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X'Y} \qquad (2.12)$$

dimana :

$\boldsymbol{\hat{\beta}}$: Matriks berukuran m x 1

$\boldsymbol{X}$: Matriks variabel penjelas

$\boldsymbol{X'}$: Tranpos matriks $\boldsymbol{X}$

$\boldsymbol{Y}$: Matriks variabel respon

Penaksir OLS pada persamaan (2.12) merupakan penaksir yang tidak bias, linear dan terbaik (*best linear unbiased estimator*/BLUE).

2.3.2 Uji Serentak Regresi Linear Berganda

Pengujian parameter secara serentak adalah uji semua variabel penjelas secara keseluruhan dan bersamaan di dalam suatu model. Uji ini dilakukan untuk melihat apakah variabel penjelas secara keseluruhan berpengaruh signifikan terhadap variabel respon.

Hipotesi statistik

$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_p = 0$ (H_0 : variabel penjelas ke 1 s.d ke- p bersama-sama tidak berpengaruh terhadap variabel respon)

H_1: minimal ada satu $\beta_k \neq 0, k = 1,2,\dots,p$ (H_1 : variabel penjelas ke 1 s.d ke- p bersama-sama berpengaruh terhadap variabel respon)

Statistik uji

$$f_{hitung} = \frac{KTR}{KTG} \quad (2.13)$$

Pengujian ini juga dapat diperoleh dengan menggunakan analisis varian (Kurniawan dan Yuniarto, 2016).

Tabel 2. 1 Anova Model Regresi Linear Berganda

Sumber Keragaman (SK)	Jumlah Kuadrat (JK)	Derajat Bebas (db)	Kuadrat Tengah (KT)	f_{hitung}	f_{tabel}
Regresi	$JKR = \sum_{i=1}^{n} (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2$	k	$KTR = \frac{JKR}{k}$	$f_{hitung} = \frac{KTR}{KTG}$	$f_{(a,k,n-k-1)}$
Galat (*Error*)	$JKG = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \hat{Y}_i)^2$	$n-k-1$	$KTG = \frac{JKG}{n-k-1}$		
Total	$JKT = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \bar{Y}_i)^2$	$n-1$			

Kriteria pengujian untuk uji parameter secara serentak yaitu :

Jika nilai $f_{hitung} > f_{tabel}$ ($f_{(a,k,n-k-1)}$) dan nilai $P_{value} \leq a$, maka tolak H_0

Jika nilai $f_{hitung} \leq f_{tabel}$ $(f_{(a,k,n-k-1)})$ dan nilai $P_{value} > \alpha$, maka terima H_0

2.3.3 Uji Parsial Regresi Linear Berganda

Untuk mengetahui variabel penjelas mana yang berpengaruh secara signifikan terhadap variabel respon dilakukan pengujian paramater secara parsial setelah melakukan estimasi parameter. Uji parsial atau yang sering disebut juga pengujian parameter regresi secara individu dilakukan untuk mengetahui parameter mana saja yang berpengaruh secara signifikan terhadap variabel respon.

Hipotesis statistik

$H_0: \beta_j = 0$ (Tidak ada pengaruh X_j terhadap Y)

$H_1: \beta_j \neq 0$ $dengan$ $j = 1,2 \ldots, p$ (Ada pengaruh X_j terhadap Y)

Statistik uji

$$t_{hitung} = \frac{\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{j}}}{Se(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{j}})} = \frac{\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{j}}}{\sqrt{var\ (\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{j}})}} \tag{2.14}$$

dengan :

$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{j}}$: Nilai dugaan β_j (yang diperoleh dari metode OLS)

$Se(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{j}})$: Standard *error* bagi β_j

Kriteria uji

1. Apabila nilai $t_{hitung} > t_{\left(\frac{\alpha}{2};n-p-1\right)}$ dan nilai $P_{value} < \alpha, maka$ H_0 ditolak pada tingkat signifikansi α, artinya variabel penjelas X_i memberikan pengaruh yang signifikan terhadap variabel respon Y.
2. Apabila nilai $t_{hitung} \leq t_{\left(\frac{\alpha}{2};n-p-1\right)}$ dan nilai $P_{value} \geq \alpha, maka$ H_0 diterima pada tingkat signifikansi α, artinya variabel penjelas X_i tidak memberikan pengaruh yang signifikan terhadap variabel respon Y.

   Berdasarkan hasil uji tersebut, dapat diketahui pengaruh tiap-tiap variabel penjelas terhadap variabel responnya.

2.4 Konsep Dasar Statistik Spasial

Data yang memuat informasi mengenai lokasi atau letak geografis suatu daerah dan diperoleh dari hasil pengukuran sering disebut data spasial. Data spasial merupakan data *dependen* (bebas) karena berasal dari lokasi yang berbeda yang menunjukkan ketergantungan lokasi yang satu dengan lokasi yang lainnya. Untuk menganalisis spasial maka digunakan analisis spasial.

2.5 Aspek Data Spasial

Analisis spasial dilakukan jika data yang digunakan memenuhi aspek spasial, yaitu memiliki sifat error yang saling ketergantungan spasial dan memiliki heterogenitas spasial.

2.5.1 Uji Heterogenitas Spasial

Uji heterogenitas spasial digunakan untuk mengetahui apakah terdapat karakteristik yang berbeda di setiap lokasi pengamatan. Pengaruh yang terjadi akibat adanya heterogenitas spasial adalah adanya parameter regresi yang berbeda-beda secara spasial. Uji heterogenitas spasial dapat diuji dengan menggunakan uji *Breusch-Pagan*.

Hipotesis Statistik

H_0: $\sigma_1^2(u_1, v_1) = \sigma_2^2(u_2, v_2) = \cdots = \sigma_n^2(u_n, v_n) = \sigma^2$(tidak terdapat heterogenitas antarlokasi pengamatan),

H_1: paling sedikit terdapat satu $\sigma_i^2(u_i, v_i) \neq \sigma_j^2(u_j, v_j)$ (terdapat heterogenitas antar lokasi pengamatan)

Statistik uji

$$BP = \left(\frac{1}{2}\right)\boldsymbol{f}^T\boldsymbol{Z}(\boldsymbol{Z}^T\boldsymbol{Z})^{-1}\boldsymbol{Z}^T\boldsymbol{f} \tag{2.15}$$

dengan :

BP : Nilai uji *Breusch-Pagan*

$\boldsymbol{f}$: $(f_1, f_2, \ldots, f_n)^T$ dengan $\boldsymbol{f} = \left(\frac{e^T}{\sigma^2} - 1\right)$, $e_i = y_i - \hat{y}_i$ adalah *least square residual* untuk pengamatan ke-i.

$\boldsymbol{Z}$: Matriks berukuran $n\ x\ (p+1)$ yang berisi vektor yang sudah dinormal standarkan untuk setiap pengamatan.

T : *Transpose*

Kriteria uji

Jika $BP > \chi^2_{(\alpha;p)}$ atau jika $P_{value} < \alpha$ maka H_0 ditolak

Jika $BP \leq \chi^2_{(\alpha;p)}$ atau jika $P_{value} \geq \alpha$ maka H_0 diterima

2.5.2 Uji Autokorelasi Spasial

Autokorelasi spasial adalah taksiran dari korelasi antar nilai amatan yang barkaitan dengan lokasi spasial pada variabel yang sama. Autokorelasi spasial positif menunjukkan adanya kemiripan nilai dari lokasi-lokasi yang berdekatan dan cenderung berkelompok. Sedangkan autokorelasi spasial yang negatif menunjukkan bahwa lokasi-lokasi yang berdekatan mempunyai nilai yang berbeda dan cenderung menyebar. Memeriksa ketergantungan spasial dengan uji Indeks Moran (*Moran's I Statistic*).

Hipotesis statistik

H_0: $I_m = 0$ (tidak terjadi ketergantungan spasial)

H_1: $I_m \neq 0$ (terjadi ketergantungan spasial)

Statistik uji

$$Z_I = \frac{(\hat{I} - E(\hat{I}))}{\sqrt{Var\ (\hat{I})}} \tag{2.16}$$

dengan:

$$\hat{I} = \frac{n}{S_0} \frac{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_{ij}(y_j - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2}$$

dan rata-rata varians dalam *Moran's I* dapat ditulis sebagai berikut.

$$\hat{I}_0 = E(I) = -\frac{1}{n-1}$$

$$Var(\hat{I}) = \frac{n^2 S_1 - nS_2 + 3S_0^2}{(n^2-1)S_0^2} - (E(I))^2$$

dimana :

$S_0 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} W_{ij}$; $S_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} (W_{ij}+W_{ji})^2}{2}$; $S_2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} (W_i + W_i)^2$

dimana

$\hat{I}$: Indeks Moran

$\bar{y}$: rata-rata variabel y

$S_0 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_{ij}$: jumlahan elemen matriks pembobot

n : banyaknya lokasi kejadian

y_j : nilai pada lokasi j

y_i : nilai pada lokasi i

w_{ij} : elemen pada pembobot terstandarisasi antara daerah i dan j

$Z(I)$: Nilai statistik uji *Moran's I*

I : Nilai *Moran's I*

$E(I)$: Nilai ekspektasi *Moran's I*

$Var\ (I)$: Nilai Varians *Moran's I*

Kriteria uji

Tolak H_0 pada taraf signifikan α jika $Z(I) > Z_{\frac{\alpha}{2}}$ atau $P_{value} < \alpha$.

2.6 Regresi Terboboti Geografis (RTG)

Regresi Terboboti Geografis (RTG) adalah salah satu solusi yang dapat digunakan untuk membentuk analisis regresi namun bersifat lokal untuk setiap lokasi pengamatan. RTG merupakan bagian dari analisis spasial dengan pembobotan berdasarkan posisi atau jarak satu lokasi pengamatan dengan lokasi pengamatan yang lain. Hasil dari analisis ini adalah model persamaan yang nilai-nilai parameternya berlaku hanya pada tiap lokasi pengamatan dan berbeda dengan lokasi lainnya. (Rahmawati,dkk. 2010)

Dalam RTG digunakan unsur matriks pembobot. Semakin dekat suatu lokasi, bobot pengaruhnya akan semakin besar. Pemilihan matriks pembobot adalah salah satu langkah utama dalam RTG (Walter,dkk., 2005). Dalam model RTG, variabel respon (Y) ditaksir dengan variabel penjelas yang masing-masing koefisien regresinya tergantung pada lokasi dimana data tersebut diamati. Model RTG dapat ditulis sebagai berikut :

$$Y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{k=1}^{p} B_k(u_i, v_i)\, x_{ik} + \varepsilon_i \tag{2.17}$$

dimana :

Y_i : Nilai pengamatan variabel respon untuk lokasi ke-i

x_{ik} : Nilai observasi variabel penjelas ke- k pada lokasi pengamatan ke-i

$\beta_0(u_i, v_i)$: Nilai intersep model RTG

(u_i, v_i) : Koordinat letak geografis (lintang, bujur) dari lokasi pengamatan ke- i

$B_k\ (u_i, v_i)$: Koefisien regresi variabel penjelas ke- k pada lokasi pengamatan ke-i

ε_i : *Error* pengamatan ke-i

2.6.1 Penaksiran Parameter $\boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{u_i}, \boldsymbol{v_i})$

Metode penaksiran parameter pada model RTG adalah dengan metode *Weighted Least Square* (WLS) yaitu dengan memberikan pembobot yang berbeda untuk setiap lokasi ke-*i* adalah $w_j(u_i, v_i)$ *j* = 1,2,…,*n*, maka parameter lokasi (u_i, v_i) diestimasi dengan menambahkan unsur pembobot dan kemudian meminimumkan jumlah kuadrat *error* berikut ini (Caraka dan Hasbi, 2017):

$$\sum_{j=1}^{n} w_j(u_i, v_i)\, \varepsilon_j^2 = \sum_{j=1}^{n} w_j(u_i, v_i) \left(y_j - \beta_0(u_i, v_i) - \beta_1(u_i, v_i)x_{j1} - \beta_2(u_i, v_i)x_{j2} - \beta_p(u_i, v_i)x_{jp}\right)^2$$

Misalkan

$$\boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{np} \end{pmatrix}, \boldsymbol{Y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) \begin{pmatrix} \beta_0(u_i, v_i) \\ \beta_1(u_i, v_i) \\ \vdots \\ \beta_p(u_i, v_i) \end{pmatrix}$$

Memiliki ordo $\boldsymbol{X}(n \times (p+1)), \boldsymbol{Y}(n \times 1), \boldsymbol{\beta}((p+1) \times 1)$ dan memiliki persamaan RTG dalam bentuk matriks :

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{X\beta} \tag{2.18}$$

dengan,

$$\boldsymbol{W}(u_i,v_i) = diag[w_1(u_i,v_i), w_2(u_i,v_i), \dots, w_n(u_i,v_i)]$$

Dan $\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_3)^T$

Penyelesaian dari (2.18) dalam bentuk matriks adalah :

$\boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{\varepsilon}$

$= [\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X\beta}(u_i,v_i)]^T\, \boldsymbol{W}(u_i,v_i)[\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X\beta}(u_i,v_i)]$

$$= \boldsymbol{Y}^T\boldsymbol{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{Y}^T\boldsymbol{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{X\beta}(u_i,v_i) - \boldsymbol{\beta}^T(u_i,v_i)\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i,v_i)\,\boldsymbol{Y} + \boldsymbol{\beta}^T(u_i,v_i)\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{X\beta}(u_i,v_i) \qquad (2.19)$$

Karena $\boldsymbol{X\beta}(u_i,v_i) = \boldsymbol{\beta}^T(u_i,v_i)\boldsymbol{X}^T$ sehingga,

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{Y}^T\boldsymbol{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{Y} - 2\boldsymbol{\beta}^T(u_i,v_i)\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i,v_i)\,\boldsymbol{Y} + \boldsymbol{\beta}^T(u_i,v_i)\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{X\beta}(u_i,v_i) \qquad (2.20)$$

Jika persamaan (2.18) diferensialkan terhadap matrik $\boldsymbol{\beta}^T(u_i,v_i)$dan hasilnya disamakan dengan nol maka didapat :

$$-2\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{Y} + 2\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{X\beta}(u_i,v_i) = \boldsymbol{0}$$

$$\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{X\beta}(u_i,v_i) = \boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{Y}$$

$$(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{X})^{-\boldsymbol{1}}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{X\beta}(u_i,v_i) = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{X})^{-\boldsymbol{1}}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{Y}$$

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}(u_i,v_i) = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{X})^{-\boldsymbol{1}}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{Y}$$

sehingga, bentuk penaksir parameter dari model RTG untuk setiap lokasi adalah :

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}(u_i,v_i) = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{X})^{-\boldsymbol{1}}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{Y}$$

dengan :

$\widehat{\boldsymbol{\beta}}(u_i,v_i)$: Matriks penaksir parameter dari model RTG

$\boldsymbol{X}$: Matriks variabel penjelas berukuran *n* x *n*

$\boldsymbol{Y}$: Matriks variabel respon berukuran *n* x 1

$\boldsymbol{W}(u_i, v_i)$: Matriks pembobot lokasi ke – i

Jadi karena terdapat n lokasi sampel maka penaksir ini merupakan penaksir setiap baris dari matriks lokal parameter seluruh lokasi penelitian.

Matriksnya adalah :

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\beta}_0(u_1, v_1) & \boldsymbol{\beta}_1(u_1, v_1) & \boldsymbol{\beta}_2(u_1, v_1) & \cdots & \boldsymbol{\beta}_p(u_1, v_1) \\ \boldsymbol{\beta}_0(u_2, v_2) & \boldsymbol{\beta}_1(u_2, v_2) & \boldsymbol{\beta}_2(u_2, v_2) & \cdots & \boldsymbol{\beta}_p(u_2, v_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{\beta}_0(u_n, v_n) & \boldsymbol{\beta}_1(u_n, v_n) & \boldsymbol{\beta}_2(u_n, v_n) & \cdots & \boldsymbol{\beta}_p(u_n, v_n) \end{pmatrix}$$

2.6.2 Sifat-sifat Penaksiran Parameter $\boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{u_i}, \boldsymbol{v_i})$

Sifat penaksiran $\widehat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i)$dari model RTG di atas merupakan penaksir yang tak bias untuk $\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)$ (Caraka dan Hasbi, 2017).

$$\begin{aligned} E\big[\widehat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i)\big] &= \boldsymbol{E}[(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{X})^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{Y}] \\ &= (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{X})^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{E}[\boldsymbol{Y}] \\ &= (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{X})^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) \\ &= \boldsymbol{I}\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) \\ &= \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) \end{aligned}$$

Sedangkan matriks varian kovarian dari penaksir ini adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} &Cov\big[\widehat{\boldsymbol{\beta}}(\boldsymbol{u_i}, \boldsymbol{v_i})\big] = \\ &= Cov[\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{Y}] \\ &= (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i)Cov[\boldsymbol{Y}]\ ((\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i))^T \\ &= (\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{X})^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{W}(u_i, v_i)(\sigma^2\boldsymbol{I})\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\ \boldsymbol{X}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{X})^T \\ &= \boldsymbol{G}\boldsymbol{G}^T\sigma^2 \end{aligned}$$

$$\text{dengan } \boldsymbol{G} = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{X})^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i) \qquad (2.21)$$

2.6.3 Koordinat Spasial

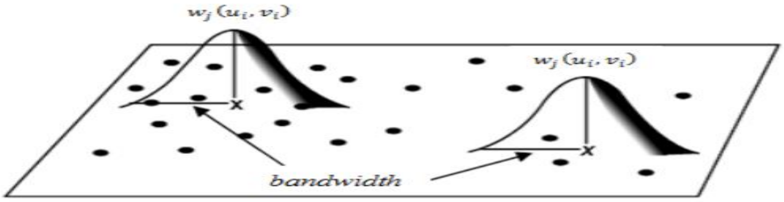
Variabel koordinat spasial *longitude* (bujur) dan *lattitude* (lintas) merupakan variabel yang digunakan dalam pembobot pembetukan model RTG. *Longitude* adalah garis membujur yang menghubungkan antara sisi utara dan sisi selatan bumi (kutub) yang digunakan untuk mengukur sisi barat-timur koordinat suatu titik dibelahan bumi. Sedangkan *lattitude* adalah garis melintang diantara kutub utara dan kutub selatan yang menghubungkan antara sisi timur dan barat bagian bumi yang dijadikan ukuran dalam mengukur sisi utara-selatan koordinat suatu titik di belahan bumi. Koordinat umumnya dibedakan menjadi koordinat *Geographic* dan *Universal Transver Mercator* (UTM). Pada Koordinat Geographic dibedakan menjadi tiga berdasarkan satuannya yaitu :

1. *Degree, Decimal* (DD,DDDD)
2. *Degree, Minute* (DD MM, MMMM)
3. *Degree, Minure, Second* (DD MM SS,SS)

Jenis koordinat yang digunakan dalam penelitian ini adalah *Degree, Decimal* (DD,DDDD)(Caraka dan Hasbi, 2017).

2.6.4 Pembobot Model RTG

Pada analisis yang dipengaruhi faktor spasial, penaksiran parameter di suatu titik (u_i, v_i) akan lebih berpengaruh oleh titik-titik yang dekat dengan lokasi (u_i, v_i) dari pada titik yang lebih jauh. Tujuan pembobot pada model RTG adalah untuk menampilkan nilai pembobot yang mewakili letak data pengamatan satu dengan letak data pengamatan yang lainnya. Terdapat beberapa fungsi pembobot yang dapat digunakan pada model RTG, pada penelitian ini pembobot yang digunakan adalah fungsi pembobot *Fixed Kernel Gaussian*. *Fixed Kernel Gaussian* adalah fungsi kernel yang memiliki *bandwidth* yang sama pada setiap lokasi pengamatan. Secara umum dapat digambarkan seperti pada Gambar 2.1.



Gambar 2. 1 RTG dengan *Kernel Fixed*

x : lokasi pengamatan ke-i (*regression point*)

• : lokasi pengamatan lainnya (*data point*)

Dengan perhitungan statistik fungsi *Fixed Kernel Gaussian* sebagai berikut:

$$W_{ij} = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{d_{ij}}{b}\right)^2\right) \tag{2.22}$$

Dimana b yaitu *bandwidth* yang mengontrol seberapa jauh radius yang masih mempengaruhi lokasi ke-i. d_{ij} adalah jarak *euclidean* antara lokasi ke-i dan ke-j yang didefinisikan sebagai

$$d_{ij} = \sqrt{\left(u_i - u_j\right)^2 + \left(v_i - v_j\right)^2} \tag{2.23}$$

dengan :

u_i : koordinat untuk u fasilitas i

v_j : koordinat untuk v fasilitas j

d_{ij} : jarak antar fasilitas i dan j

Jarak *euclidean* merupakan jarak yang diukur lurus dari pusat fasilitas yang satu ke fasilitas yang lain.

2.6.5 Penentuan Bandwith

Bandwith adalah ukuran jarak fungsi pembobot dan jarak pengaruh suatu lokasi pengamatan terhadap lokasi yang lain. Pada setiap lokasi yang dekat dengan lokasi pengamatan maka akan lebih berpengaruh dalam membentuk parameter model lokasi. Pemilihan *bandwith* optimum penting karena akan mempengaruhi ketepatan model terhadap data. Nilai *bandwith* yang sangat kecil akan mengakibatkan variansi yang besar sehingga sedikit lokasi yang berada dalam radius. Oleh karena itu digunakan kriteria minimum *Cross validation* (CV) untuk menentukan *bandwidth* optimum, nilai *bandwidth* optimum ditunjukkan dengan nilai CV minimum. *Cross validation* (CV) dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$CV = \sum_{i=1}^{n}\left(Y_i - \hat{Y}_{\neq i}(b)\right)^2 \tag{2.24}$$

dimana:

$\hat{Y}_{\neq i}(b)$: Nilai estimasi Y_i dimana pengamatan lokasi (u_i, v_i) dihilangkan dari proses estimasi

b : Nilai *bandwidth*

n : Banyaknya sampel

2.6.6 Uji Parsial Model RTG (Lokal)

Pengujian ini dilakukan dengan menguji parameter secara parsial. Pengujian ini dilakukan untuk mengetahui parameter mana saja yang signifikan memengaruhi variabel responnya. Bentuk hipotesis sebagai berikut :

H_0 : $\beta_k(u_i, v_i) = 0$ (Tidak ada signifikansi antar variabel penjelas dan variabel respon)

H_1 : $\beta_k(u_i, v_i) \neq 0; k = 1,2, \dots, p$ (Ada signifikansi antar variabel penjelas dan variabel respon)

Penaksir parameter $\beta_k(u_i, v_i)$ akan mengikuti distribusi normal dengan rata-rata $\beta_k(u_i, v_i)$ dan matriks varian kovarian $\boldsymbol{GG}^T\sigma^2$, sehingga didapatkan:

$$\frac{\hat{\boldsymbol{\beta}}_k(u_i, v_i) - \boldsymbol{\beta}_k(u_i, v_i)}{(\sigma\sqrt{\boldsymbol{g}_{kk}})} \sim N(0,1)$$

Dengan g_{kk} adalah elemen diagonal ke-k dari matriks $\boldsymbol{GG}^T$,sehingga statistik uji yang digunakan adalah :

$$T_{hitung} = \frac{\hat{\boldsymbol{\beta}}_k(u_i, v_i)}{(\hat{\boldsymbol{\sigma}}\sqrt{\boldsymbol{g}_{kk}})} \tag{2.25}$$

T_{hitung} akan mengikuti distribusi t , jika tingkat signifikansi diberikan sebesar α, maka diambil keputusan dengan menolak H_0 atau dengan kata lain parameter $\boldsymbol{\beta}_k(u_i, v_i)$ signifikan terhadap model jika $|T_{hitung}| > t_{\frac{\alpha}{2};(n-k-1)}$.

2.7 Pemilihan Model Terbaik

Pemilihan model dilakukan untuk mengetahui efektivitas dari model tersebut. Pada tahap ini pemilihan model terbaik dengan membandingkan nilai R^2 dan nilai AIC. Model terbaik diperoleh dengan kriteria nilai R^2 yang lebih besar dan nilai AIC yang lebih kecil.

2.7.1 Koefisien Determinasi ($\boldsymbol{R^2}$)

Menurut Ghozali (2018), uji koefisien determinasi adalah untuk mengukur seberapa jauh model dapat menerangkan variasi dari variabel penjelas. Nilai yang dipakai dalam sebuah koefisien determinasi adalah seberapa besar nol hingga satu. Jika nilai koefisien mendekati satu, maka variabel penjelas memberikan informasi yang mendekati sempurna dimana informasi tersebut adalah yang dibutuhkan untuk memprediksi variasi variabel respon.

$$R^2(u_i, v_i) = \frac{(JKT^W - JKG^W)}{JKT^W}$$

JKT^W merupakan Jumlah Kuadrat Total dari RTG dan JKG^W merupakan Jumlah Kuadrat Galat (*error*) dari RTG dengan didefinisikan sebagai berikut :

$$JKT^W = \sum_{j=1}^{n} w_{ij}\left(y_j - \bar{y}\right)^2 \qquad (2.26)$$

$$JKG^W = \sum_{j=1}^{n} w_{ij}\left(y_j - \bar{y}_j\right)^2 \qquad (2.27)$$

2.7.2 Akaike's Information Criterion (AIC)

Salah satu kriteria untukk mengetahui nilai kebaikan suatu model dapat menggunakan kriteria nilai *Akaike's Information Criterion* (AIC) (Fortheringham AS,dkk,2002). Model terbaik adalah model dengan nilai AIC terkecil, karena penduga parameter mendekati nilai parameter yang sebenarnya. Adapun statistik uji AIC dituliskan sebagai berikut :

$$AIC = 2k - 2\ln(L) \tag{2.28}$$

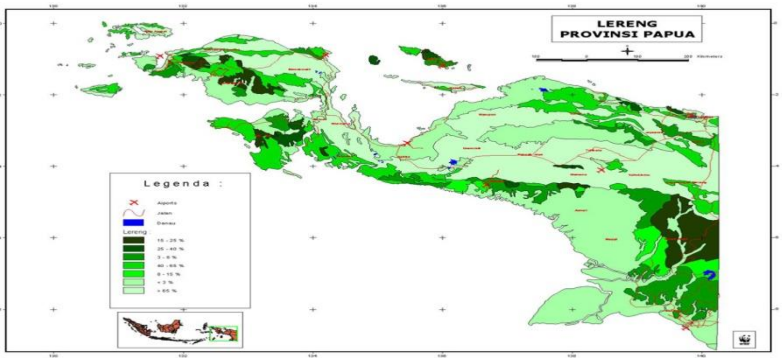
dengan :

k : Nilai variabel penjelas.

L: *Log-likelihood* estimator

2.8 Peta Tematik

Peta tematik merupakan peta yang hanya menyajikan data-data atau informasi dari suatu konsep/tema yang tertentu saja, baik berupa data kualitatif maupun data kuantitatif dalam hubungannya dengan detail topografi yang spesifik, terutama yang sesuai dengan tema peta tersebut. Contoh peta tematik yang bersumber dari status resmi pemerintah Provinsi Papua (Miswar, 2012).



Gambar 2. 2 Contoh Peta Tematik